

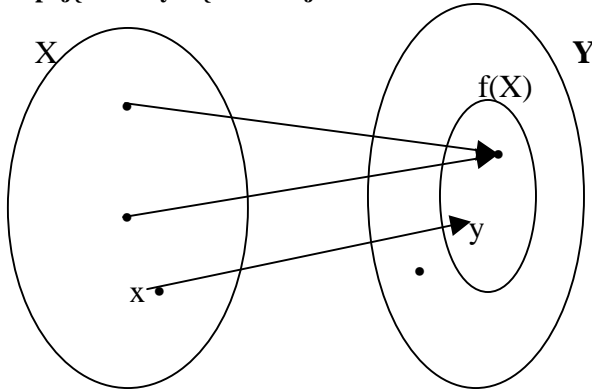
2. FUNKCJA

2.1. Definicja funkcji

Funkcję f ze zbioru X w zbiór Y nazywamy przyporządkowanie, które każdemu elementowi $x \in X$ przyporządkowuje dokładnie jeden element $y \in Y$.

$$f : X \rightarrow Y \quad \text{- odwzorowanie zbioru } X \text{ w zbiór } Y$$

2.2. Podstawowe pojęcia dotyczące funkcji



x – argument funkcji f

$y = f(x)$ – wartość funkcji f dla argumentu x

X – zbiór argumentów funkcji f (dziedzina funkcji f - oznaczenie D)

Y – przeciwdziedzina funkcji f

$f(X)$ – zbiór wartości funkcji f

2.3. Wykres funkcji

- Wykresem funkcji $f : X \rightarrow Y$ jest zbiór punktów płaszczyzny o współrzędnych $(x, f(x)); x \in X$
- Żadna prosta pionowa nie może przecinać wykresu funkcji w więcej niż jednym punkcie.

2.4. Miejsce zerowe funkcji

- Miejscem zerowym funkcji f nazywamy argument x , dla którego wartość funkcji y jest równa zero.
 x – miejsce zerowe funkcji $f \Rightarrow y = f(x) = 0$
- Interpretacja geometryczna miejsca zerowego funkcji**
Miejscem zerowym funkcji f jest pierwsza współrzędna punktu przecięcia wykresu funkcji f z osią OX .

2.5. Monotoniczność funkcji

- Funkcja f jest rosnąca \Leftrightarrow dla każdego $x_1, x_2 \in D$ zachodzi $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
 - Funkcja f jest malejąca \Leftrightarrow dla każdego $x_1, x_2 \in D$ zachodzi $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$
 - Funkcja f jest stała \Leftrightarrow dla każdego $x_1, x_2 \in D$ zachodzi $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$
 - Funkcja f jest nierosnąca \Leftrightarrow dla każdego $x_1, x_2 \in D$ zachodzi $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$
 - Funkcja f jest niemalejąca \Leftrightarrow dla każdego $x_1, x_2 \in D$ zachodzi $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$
- Każda z funkcji rosnąca, malejąca, stała, nierosnąca lub niemalejąca jest funkcją monotoniczną.

Dowodzenie monotoniczności funkcji

Jeśli przy założeniu $x_1 - x_2 < 0$ zachodzi:

- $f(x_1) - f(x_2) < 0$, to funkcja jest rosnąca
- $f(x_1) - f(x_2) > 0$, to funkcja jest malejąca
- $f(x_1) - f(x_2) = 0$, to funkcja jest stała
- $f(x_1) - f(x_2) \geq 0$, to funkcja jest nierosnąca
- $f(x_1) - f(x_2) \leq 0$, to funkcja jest niemalejąca

2.6. Przekształcenia funkcji

a) Przesunięcie o wektor

Wykres funkcji $y = f(x - p) + q$ otrzymujemy przesuając wykres funkcji $y = f(x)$ o wektor $[p, q]$

$$y = f(x) \xrightarrow{[p, q]} y = f(x - p) + q$$

b) Symetria względem osi OX

Wykres funkcji $y = -f(x)$ otrzymujemy przekształcając wykres funkcji $y = f(x)$ przez symetrię względem osi OX.

$$y = f(x) \xrightarrow{S_{OX}} y = -f(x)$$

c) Symetria względem osi OY

Wykres funkcji $y = f(-x)$ otrzymujemy przekształcając wykres funkcji $y = f(x)$ przez symetrię względem osi OY.

$$y = f(x) \xrightarrow{S_{OY}} y = f(-x)$$